Test di Matematica

Scienze Agrarie 21/01/2020

COGNOME .... NOME ....

MATRICOLA...

Risposte

1)

2)

3)

4)

5)

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Matematica

Scienze Agrarie   21/01/2020

1) Calcolare
$$\lim_{x\to -2^+} e^{\frac{x+1}{x+2}}\,.$$

2) Calcolare, se esiste, l'equazione dell'asintoto obliquo per $x \to +\infty$ della funzione
$$f(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1}\,.$$

3) Calcolare la derivata prima della funzione
$$f(x) = \sqrt{x^2+x}$$
e risolvere l'equazione $f'(x) = 0$.

4) Determinare l'insieme di definizione della funzione
$$f(x) = \frac{\sqrt{2x+1}}{\log(x^2)}\,.$$

5) Calcolare
$$\int 2x\,(1+\tan^2(x^2))\,dx\,.$$

Soluzione

1) Essendo
$$\lim_{x\to -2^+} \frac{x+1}{x+2} = -\infty$$
si ha
$$\lim_{x\to -2^+} e^{\frac{x+1}{x+2}} = 0.$$

2) Risultano
$$\lim_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to +\infty} \frac{x^3+x}{x^3+x} = 1$$
e
$$\lim_{x\to +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x\to +\infty} \frac{x^3+x}{x^2+1} - x = \lim_{x\to +\infty} \frac{x^3+x-x^3-x}{x^2+1} = 0$$
per cui la funzione ha l'asintoto obliquo di equazione $y = x$.

3) La derivata prima di $f(x)$ è data da
$$f'(x) = \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}\,.$$
L'equazione $f'(x) = 0$ ha soluzione se $2x+1 = 0$ e quindi per $x = -1/2$ che però NON appartiene all'insieme di definizione della funzione ($D = (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$).

4) L'insieme di definizione D è dato dai valori reali per i quali $2x + 1 \geq 0$, $x \neq 0$ (l'argomento del logaritmo deve essere positivo) e $x \neq \pm 1$ (si annulla il denominatore). Si ha quindi
$$D = [-1/2, 0) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)\,.$$

5) Ponendo $t = x^2$ risulta $dt = 2x dx$ per cui
$$\begin{aligned}
\int 2x\,(1+\tan^2(x^2))\,dx &= \int (1+\tan^2(t)\,dt \\
&= \tan(t) + c \\
&= \tan(x^2) + c\,.
\end{aligned}$$